

## De " ... *Donc* ... " à " *Si* ... ... *Alors* ... "

Philippe Colliard  
<http://www.mathemagique.com>  
2000 - 2006 - 2014



Lorsque tu l'utilises correctement,  
" donc " relie 2 observations et indique que la 2<sup>ème</sup> est une conséquence de la 1<sup>ère</sup>.

### Du constat personnel... ( ... *Donc* ... )

C'est l'été. Tu es au bord de la mer, en maillot de bain, sur une grande plage de sable... Sans aucun abri possible.

S'il pleut, que t'arrive-t-il ? Il pleut **donc** tu es mouillé

Ici, les 2 observations ( "il pleut" et "tu es mouillé" ) sont correctement reliées ( Va te sécher, maintenant )

Peux-tu les relier " à l'envers " ?	Tu es mouillé donc il pleut	} C'est idiot : tu as le droit de te baigner, non ?
... Ou négativement ?	Il ne pleut pas donc tu n'es pas mouillé	
... Ou négativement à l'envers ?	Tu n'es pas mouillé <b>donc</b> il ne pleut pas	

Là c'est vrai !  
( Parce que s'il pleuvait,  
comme tu n'as pas d'abri... )

### ... A la proposition... ( *Si* ... *Alors* ... )

Pour l'instant, tu n'as qu'un constat personnel. Si tu penses que le lien que tu viens de constater ne s'applique pas seulement à un cas particulier ( toi ! ) mais à tout le monde, tu peux énoncer une **proposition** :

**Si** ( loin de tout abri ) il pleut , **alors** "on" est mouillé ( tu viens de passer au cas général )

### ... Puis au théorème

Si tu arrives, je ne sais pas comment, à prouver que cette proposition est toujours vraie, c'est à dire que personne n'y échappe, alors tu peux appeler cette proposition " **théorème** " – et même lui inventer un nom, en espérant qu'il résistera au temps :

un théorème est une proposition dont on peut **prouver**,  
avec les connaissances et la patience nécessaires, qu'elle est vraie.

### La réciproque d'un théorème est-elle également un théorème ?

La proposition " si B alors A " est appelée **proposition réciproque** de la proposition " si A alors B ".

Contrairement aux apparences, ces 2 propositions ne sont pas directement liées: l'une peut être vraie et l'autre fausse ! Il est même plutôt rare que les deux soient vraies.

Quand ça arrive, on a 2 théorèmes: le théorème direct et le théorème réciproque.  
( lequel des 2 est le théorème direct ? Celui auquel on a pensé en premier ! )

La réciproque du théorème " *singing-in-the-rain* " est-elle un théorème ?

" **Si** "on" est mouillé, **alors** (c'est qu') il pleut " **NON**, c'est raté ! ( Il peut y avoir plein d'autres raisons )

### Si tu veux t'impliquer davantage ( Mais c'est complètement hors-programme et juste pour ta culture générale )

" A donc B " est une version simplifiée - et contraignante - de ce que les logiciens appellent une " implication ".  
Juste entre nous, quelques mots sur l'implication, mais ne t'y attarde pas :

Son symbole est "  $\Rightarrow$  " ( il se lit " implique " ) et ne l'utilise pas comme abréviation pour " donc ". Ca fait hurler tous les logiciens !

L'implication est un lien logique, comme " donc ", mais elle est plus générale, car elle n'impose pas de notion de conséquence :

le soleil est une étoile  $\Rightarrow$  le léopard est un mammifère est aussi acceptable que: il pleut  $\Rightarrow$  je suis mouillé

Elle n'impose même pas la véracité de la première phrase : la lune est un fruit  $\Rightarrow$  la terre est bleue comme une orange  
( qui a dit que les mathématiciens n'étaient pas des poètes ? )

Enfin, les logiciens ne parlent pas de la " forme négative à l'envers " d'une implication, mais de la contraposée de l'implication:  
le léopard n'est pas un mammifère  $\Rightarrow$  le soleil n'est pas une étoile est la contraposée ( correcte ! ) de la première implication de ce paragraphe.

Ils sont fous, ces logiciens !